

## KUYRUK SİSTEMLERİ (BEKLEME HATTI MODELLERİ)

Bir hizmet için beklemek, günlük hayatımızın bir parçasıdır. Beklemek sadece insana özgü değildir. Marketlerde ödeme yapmak için kasaların önünde kuyruğa gireriz, bankalarda çeşitli işlemler için kuyruğa gireriz, işler makinede işlem görmeyi bekler, uçaklar havaalanı kulesinden iniş izni almadan önce havada daireler çizerek bekler, araçlar trafik ışıklarında dururlar.

Bu kuyruklar, hizmet almak için gelen müşteri taleplerinin anında karşılanamamasından kaynaklanır. Böylece kuyruk, sınırlı bir hizmet nedeni ile geciken bir bekleme dizisi(hattı) durumudur.

Kuyruk konusundaki çalışmalar, ortalama bekleme zamanını ve ortalama kuyruk uzunluğunu içeren kuyruk durumu performans ölçülerini belirler.

Kuyruk kuramı alanında ilk çalışma, Danimarkalı bir telefon mühendisi olan A.K. Erlang tarafından 1909 yılında yapılmıştır.

### Temel Kavramlar

**Müşteri:** İşlerinin görülmesi için servis sistemine gelen kişiler, araçlar ve makinalardır. Müşterilerin, servis sistemine gelişleri belirli ve belirsiz şekilde olabilir.

**Geliş özellikleri:** Müşterilerin gelişleri bazen kontrol edilebilir bazen de kontrol edilemez. Ayrıca gelişler belli bir zamanda tek veya gruplar halinde olabilir. Gelişleri açıklamak için kullanılan dağılımlar Sabit dağılım, Üstel dağılım, Poisson dağılımı ve Erlang dağılımıdır.

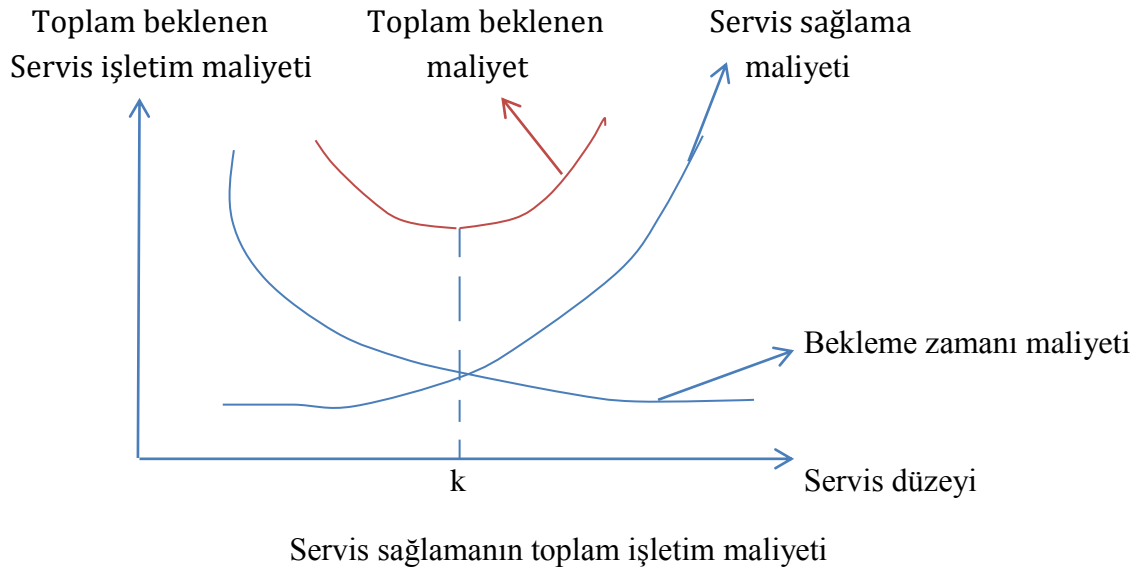
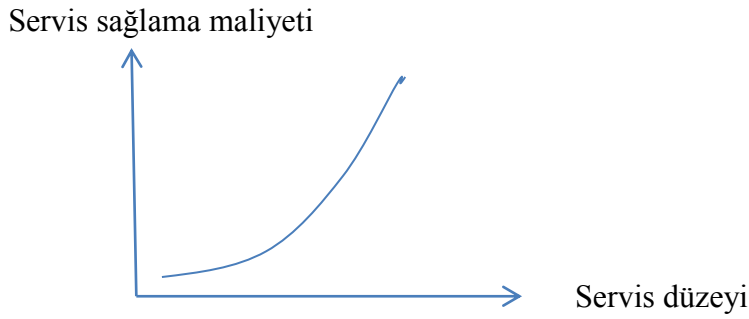
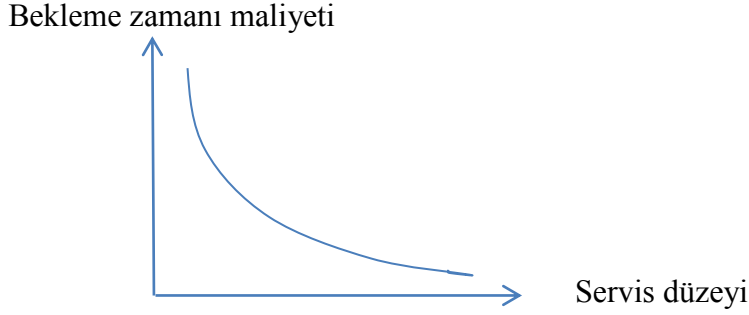
**Kuyruk disiplini:** Müşterilerin hizmet için seçilme düzenine kuyruk disiplini denir. Servis için gelen müşteriler kuyruğa girdiğinde, belirli bir zamanda servise girmeleri servis disiplinince belirlenir. Servis disiplininde kullanılan standart kural, ilk gelen ilk hizmet görür kuralıdır. Bunun yanı sıra önceden sıra alanlar(rezervasyon yaptıranlar) kuralı, rastgele seçim kuralı, hizmetin ivedilik özelliği kuralı, son gelen servis görür kuralı, en kısa servis zamanı gerektiren işler için gelenler servis görür kuralları da kuyruk disiplininde kullanılmaktadır.

**Servis olanaklarının yapısı:** Servis olanaklarının fiziksel düzenlenmesi, çeşitli özellikte olabilir. Genellikle servis imkânlarının düzenlenmesinde, tek kanallı ve çok kanallı şekilde bir ayırım düşünülür.

**Servis oranı:** Servis oranı, hizmet için gelen müşterilerin taleplerini karşılamak için istenen servis süresi dağılımı ile ilgilidir. Servis için gelen müşterilerin her biri aynı miktarda süreyi gerektirirse servis oranı tek biçimli(düzensiz) olabilir. Karmaşık olan servis oranları ise Erlang veya Üstel olasılık dağılımları ile gösterilir.

Kuyruk modelinde iki maliyet vardır. Birincisi, müşterilerin servis için bekledikleri zaman kaybının maliyetidir. Buna, bekleme zamanı maliyeti adı verilir. İkincisi ise müşteri servisini sağlama maliyetidir.

Servis düzeyi artarken, bekleme maliyeti azalır fakat servis sağlama maliyeti artar. Yönetici, servis düzeyini artırırken bekleme zamanı maliyetini en düşük düzeyde tutmayı amaçlar. Bu iki maliyetin toplamının en az olduğu noktada, servis düzeyi işletme için en iyi miktar olmaktadır.



Kuyruk sistemleri,

- Tek kuyruk, tek servis sistemi
- Çoklu kuyruk, paralel halinde çoklu servis sistemi

- Tek kuyruk, paralel halinde çoklu servis sistemi
- Tek kuyruk, seri halinde çoklu servis sistemi

olarak adlandırılmaktadır.

Kuyruk modellerinde müşterilerin geliş yapısının ve onlara verilen servis yapısının bilinmesi önemlidir. Müşterilerin kuyruk sistemine gelişlerinin genellikle tesadüfi olduğu kabul edilir ve gelişler ile gelişler arasındaki süreyi açıklamada olasılık dağılımlarından Poisson ve Üstel dağılım kullanılır.

Müşterilerin kuyruk sistemine geliş süreçleri, geliş oranları ve gelişler arasındaki süre bulunarak açıklanır.

**Geliş oranı ( $\lambda$ ):** Zaman birimi başına müşterilerin kuyruk sistemine geliş sayısıdır.

**Gelişler arası süre:** Müşterilerin gelişlerine göre aradaki geçen süredir.

Ortalama gelişler arası süre ( $u$ )=  $1/\lambda$  dır. Burada  $\lambda$ : ortalama geliş oranıdır.

Eğer müşterilerin geliş sayıları (ortalama geliş oranı  $\lambda$ ) Poisson dağılımında ise, gelişler arasındaki süre ( $u= 1/\lambda$  ile) üstel dağılımlıdır. Bunun karşıtı olarak gelişler arası süre Üstel dağılımlı ise müşterilerin gelişleri Poisson dağılımlı olmalıdır denilebilir.

Kuyruk sistemine gelen müşterilere, serviste görev yapan personelin nasıl hizmet verdiğinin bilinmesi gerekir. Yapılacak işlem, servis sisteminin özelliği ile servis personelinin müşteriye ne kadar zamanda hizmet verdiğinin belirlenmesidir.

Servis sisteminin özellikleri şunlardır:

- Tek veya çok sayıda personelin olması (tek kanallı veya çok kanallı servis)
- Servis personelinin hizmetlerini uzmanlıklarına göre yapmaları veya yapmamaları
- Tüm servis personelinin aynı hızda çalışıp çalışmadığı

Servis personelinin hizmet vermedeki hızı, servis oranı ve servis süresi ölçülerek bulunur.

**Servis oranı ( $\mu$ ):** Zaman birimi başına servis sayısıdır.

**Servis süresi:** Bir servisi gerçekleştirmek için gerekli olan zamandır.

Örneğin; saatte 30 sayfa yazı yazan bir sekreter, bir sayfa yazıyı ortalama 2 dakikada yazabilir.

Yani ortalama servis süresi:  $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{30} \text{ saat/sayfa} = \frac{60}{30} = 2 \text{ dakika/sayfa}$  olur.

Servis sürelerini ve servis oranlarını belirlemede daha çok Üstel, Poisson, Erlang ve Sabit(Düzygün) dağılımlar kullanılır.

Eğer müşteriye verilen servis zamanı Üstel dağılım ise sevisin tamamlanma sayısı Poisson dağılımdır.

Poisson dağılımı ve Üstel dağılım, Poisson sürecine dayanır. Poisson süreci tesadüfi bir süreç olup aşağıdaki şartları sağlamalıdır:

1. Bir zaman aralığında meydana gelen olayların sayısı, daha önceki dönemlerde meydana gelen olaylardan bağımsızdır.
2. Süreç oranları (geliş oranı  $\lambda$  ve servis oranı  $\mu$ ), ele alınan tüm zaman döneminde sabit varsayılır.
3. Küçük zaman biriminde meydana gelen bir olayın olasılığı, süreç oranı ile süre zaman birimi çarpımıdır.
4. Sürecin belirli bir zaman aralığında meydana gelen geliş ve servislerin tamamlanma sayılarının olasılığını sağlayan dağılım Poisson dağılımıdır.
5. Süreç olaylarının (geliş ve servisin tamamlanması) meydana gelişleri arasındaki sürelerin olasılığını sağlayan dağılım Üstel dağılımdır.

Bir kuyruk durumunun karakteristiklerini özetlemek için uygun notasyon aşağıdaki biçimde gösterilir:

$$(a / b / c) : (d / e / f)$$

Burada,

$a$  : Geliş dağılımlarının tanımlanması

$b$  : Gidiş(hizmet süresi) dağılımlarının tanımlanması

$c$  : Paralel hizmet verenlerin sayısı(kanal sayısı) ( $c = 1,2, \dots, \infty$ )

$d$  : Kuyruk disiplini

$e$ : Sistemde (kuyruktaki + hizmet gören) izin verilen maksimum sayı (sonlu veya sonsuz)

$f$ : İstek kaynağının (sonlu veya sonsuz) büyüklüğü

anlamındadır.

Geliş ve gidiş dağılımlarını ( $a$  ve  $b$ ) gösteren standart notasyonlar;  $M, D, E_k, GI$  ve  $G$  biçimindedir.

$M$  : Markov(veya Poisson) geliş veya gidiş dağılımları (ya da eşdeğeri Üstel gelişler arası veya hizmet süresi dağılımı)

$D$ : Sabit(deterministik) süre

$E_k$ : Sürenin Erlang veya Gamma dağılımı

$GI$ : Gelişlerarası sürenin genel dağılımı

$G$ : Hizmet süresinin genel dağılımı anlamındadır.

Kuyruk disiplini notasyonu ( $d$ ) ise; *FCFS, LCFS, SIRO ve GD* biçimindedir.

*FCFS*: İlk gelen ilk hizmet görür

*LCFS*: Son gelen ilk hizmet görür

*SIRO*: Rastgele sıradan hizmet görme

*GD*: Genel disiplin (diğer herhangi bir disiplin) anlamındadır.

Örneğin;  $(M / D / 10) : (GD / N / \infty)$  gösteriminin anlamı şu şekildedir:

*Poisson gelişlerine (Üstel gelişler arası süreye), sabit hizmet süresine ve 10 tane paralel hizmet verene sahip modeldir. Modelin kuyruk disiplini genel disiplin olup tüm sistem N müşteri ile sınırlıdır ve müşterilerin geleceği kaynağın büyüklüğü sonsuzdur.*

Kuyruk modelinde en yaygın kullanılan performans ölçütleri şunlardır:

$L_s(L)$ : Sistemdeki ortalama(beklenen) müşteri sayısı (servis gören ve kuyrukta bekleyen müşteri sayısıdır)

$L_q$ : Ortalama kuyruk uzunluğu (Servis görmek üzere bekleyen müşteri sayısı)

$W_s(W)$ : Sistemde müşterinin harcadığı ortalama süre (müşterinin kuyruktaki bekleme süresi ile serviste harcadığı süre toplamıdır)

$W_q$ : Müşterilerin kuyrukta ortalama bekleme süresi (kuyrukta beklerken harcanan süre)

$\rho$ : Sistem kullanım faktörü (Sistemin yani hizmet verenin meşgul olma olasılığı)

$$c = 1 \text{ ise } \rho = \frac{\lambda}{\mu} \text{ d\u00fcr.} \quad \left( \frac{\rho}{c} = \frac{\lambda}{\mu} \text{ dir.} \right)$$